الاحتمالات

[1]

الاحتمال هو الشك وعدم التأكد بمعنى أن الشيء قد يحدث وقد لا يحدث ويرمز له بالرمز $P(x)$

خصائص الاحتمال

[1] قيمة الاحتمال لأي حدث تنحصر دائماً بين الصفر والواحد الصحيح

$0 \le$ الاحتمال ≤ 1 (قيمة الاحتمال دائماً موجبة)

[2] مجموع الاحتمالات الكلية لجميع الحالات النهائية لأي تجربة دائماً يساوي واحد صحيح

$\sum P_x = 1$

قانون الاحتمال

الاحتمال المطلوب $P(x)$ = عدد الحالات الممكنة / عدد الحالات الكلية

فضاء العينة هي جميع النتائج أو الحالات الكلية المتوقع حدوثها

الحدث هو عبارة عن فئة جزئية من فراغ العينة

أنواع الأحداث

- متنافية تتبع قاعدة (قاعدة الجمع) (أو): حدوث احدهما يمنع حدوث الآخر مثل ظهور الصورة يمنع الكتابة
- أحداث مستقلة تتبع (قاعدة الضرب) (و): حدوث احدهما لا يمنع من حدوث الآخر مثل نجاحه في المحاسبة لا يمنع نجاحه في الاحصاء

تمرين اذا كان إحتمال نجاح طالب في مادة الإحصاء 0.8 واحتمال نجاحه في المحاسبة 0.7 المطلوب [1] احتمال نجاح الطالب في المادتين معاً؟ [2] احتمال رسوب الطالب في المادتين معاً [3] احتمال نجاحه في مادة واحدة على الأقل

٢

محاسبة B	الإحصاء A		محاسبة	الإحصاء
٧ر	٨ر	نجاح	✓	✓
٣ر	٢ر	رسوب	✗	✗
			✗	✗

١ احتمال نجاحه في المادتين معاً = احتمال نجاحه في الإحصاء و (ضرب) المحاسبة

= ٨ر × ٧ر = ٥٦ر

٢ احتمال رسوبه في المادتين معاً = رسوبه في الإحصاء و رسوبه في المحاسبة

= ٢ر × ٣ر = ٠٦ر (+)

٣ احتمال نجاحه في مادة واحدة على الأقل = احتمال نجاحه في الإحصاء أو (+) المحاسبة - نجاحه في المادتين

= (٨ر + ٧ر) - ٥٦ر = ٩٤ر

نظرية بيز ← مبني عليها قواعد واحتمالات علم الإحصاء

هاك أحد أصعب امتحان

تسمى نظرية الاحتمال السببي (لكل سبب مسبب)

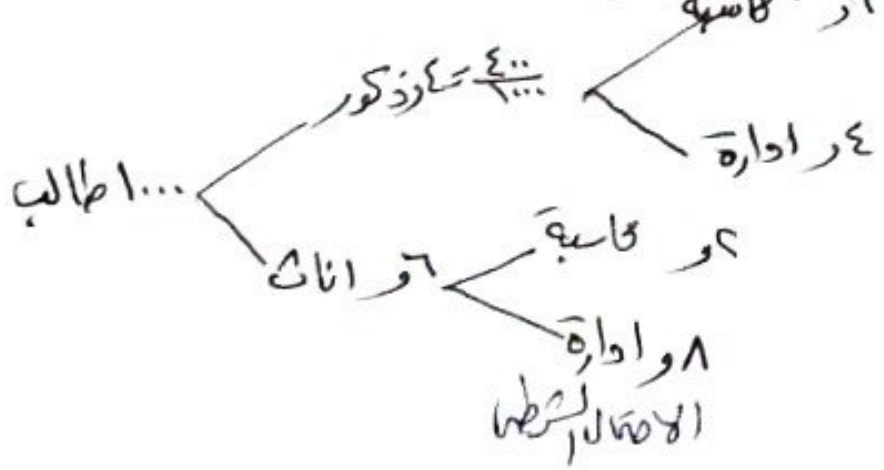
تمرين محاضرة: اذا كان لدينا بالفرقة الرابعة بالمعهد ١٠٠٠ طالب منهم ٤٠٠ ذكور وكانت نسبة تخصص المحاسبة للإناث ٢٠٪ ونسبة تخصص الإدارة للذكور ٤٠٪ والمطلوب

١ ارسم الشجرة البيانية

٢ الاحتمالات البعدية لتخصص المحاسبة

٣ الاحتمالات البعدية لتخصص الإدارة

الحل ١ الرسم



٣

الاحتمالات البعدية للحاسبة

الأصناف	(١) الاحتمال القبلي	(٢) الاحتمال الشرطي (الحاسبة بشرط النوع)	الاحتمال المشترك (٢×١)	الاحتمال البعدي
ذكور	0.4	0.6	0.24 = .6 X .4	0.67 = .36 ÷ .24
اناث	0.6	0.2	0.12 = .2 X .6	0.33 = .36 ÷ .12
	1		0.36	1

لا يشترط أن يكون ١

٣ الاحتمالات البعدية للإدارة

الأصناف	(١) الاحتمال القبلي	الاحتمال الشرطي (الإدارة بشرط النوع)	الاحتمال المشترك (٢×١)	الاحتمال البعدي
ذكور	0.4	0.4	0.16 = .4 X .4	.25 = .64 ÷ .16
اناث	0.6	0.8	0.48 = .8 X .6	.75 = .64 ÷ .48
	1		0.64	1

لا يشترط أن يكون ١

تمرين سكشن

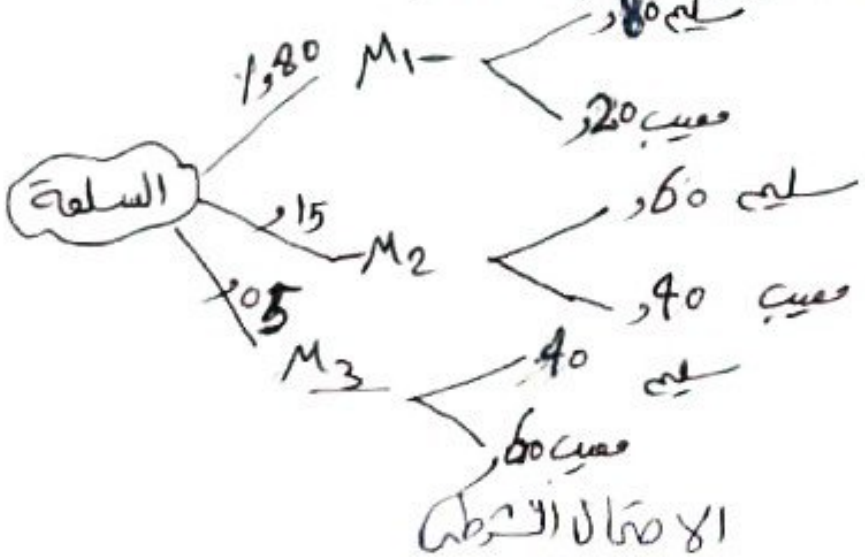
اذا كان لدينا ثلاث آلات تنتج سلعة ما فإذا كانت نسبة انتاج الآلات هي (80٪ ، 15٪ ، 5٪) على الترتيب فاذا علمت أن نسبة الانتاج المعيب لكل من الآلتين الأولى والثالثة هي (20٪ ، 60٪) على الترتيب وكانت نسبة الانتاج السليم للآلة الثانية هي (60٪)

المطلوب: ١ رسم الشجرة

٢ الاحتمالات البعدية للسلع المنتجة المعيبة

٣ الاحتمالات البعدية للسلع المنتجة السليمة

الحل



④

الاحتمالات البعدية للمعيب

الأصناف	الاحتمال القبلي	الاحتمال الشرطي	الاحتمال المشترك	الاحتمال البعدي
M1	0.80	,20	,80 X ,20 = ,16	,16 ÷ ,25 = ,64
M2	.15	,40	,15 X ,40 = ,06	,06 ÷ ,25 = ,24
M3	.05	,60	,05 X ,60 = ,03	,03 ÷ ,25 = ,12
	1		0,25	1

الاحتمالات البعدية للسلع السليمة

الأصناف	الاحتمال القبلي	الاحتمال الشرطي	الاحتمال المشترك	الاحتمال البعدي
M1	0.80	,80	,80 X ,80 = ,64	,64 ÷ ,75 = ,85
M2	0.15	,60	,15 X ,60 = ,09	,09 ÷ ,75 = ,12
M3	0.05	,40	,05 X ,40 = ,02	,02 ÷ ,75 = ,03
	1		,75	1

تمرين: ثلاث ماكينات M1, M2, M3 تنتج في اليوم الواحد 200 (الثالثة), 500 (الثانية), 300 (الأولى) على التوالي ومن جهة أخرى فان الآلة الأولى لديها 5 ٪ انتاج معيب والثانية لديها 2 ٪ انتاج معيب والثالثة 5 ٪ انتاج معيب فاذا سحبنا مصباح من الانتاج في هذا المصنع أوجد ① الشجرة الاحتمالية (كل الاحتمالات)

② الاحتمالات البعدية للانتاج المعيب

③ الاحتمالات البعدية للانتاج السليم

④ أن يكون المصباح معيب ومن الأولى

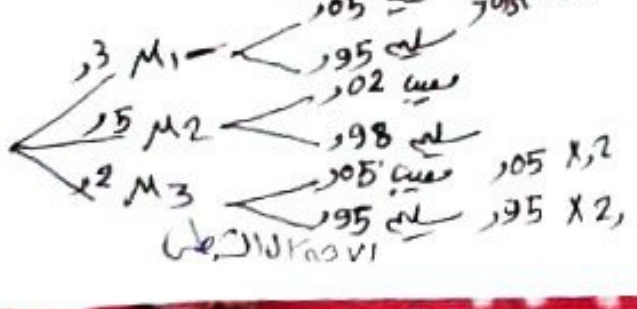
⑤ أن يكون المصباح سليم ومن الثانية

الحل: انتاج الآلة الأولى = $\frac{300}{1000}$ = ,3

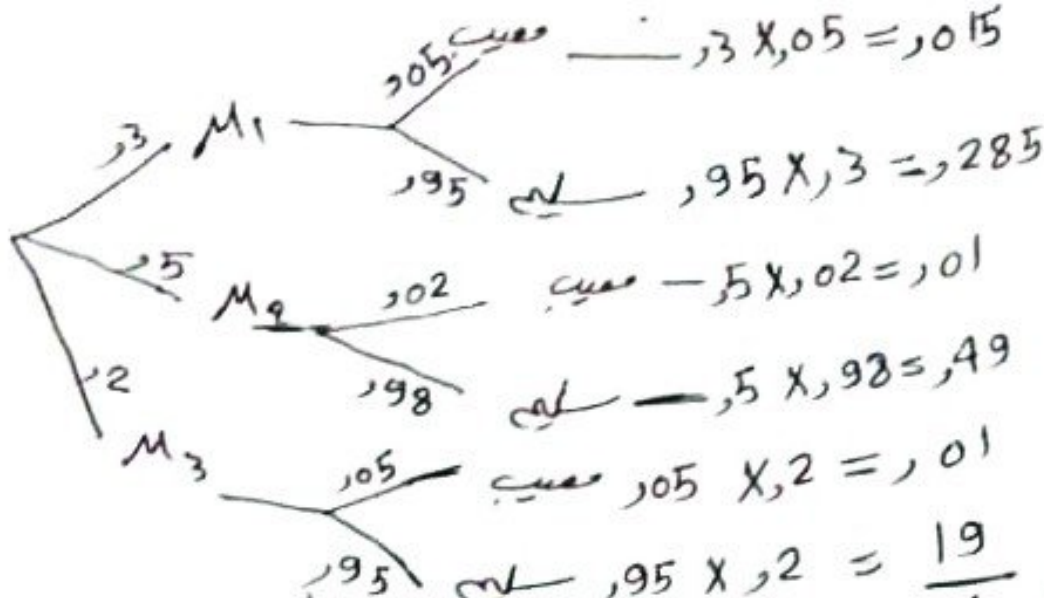
" " الثانية = $\frac{500}{1000}$ = ,5

" " الثالثة = $\frac{200}{1000}$ = ,2

① الشجرة الاحتمالية



٥



٥ الاحتمالات البعدية للمعيب

الاحداث	الاحتمال القبلي	الاحتمال الشرطي	الاحتمال المشترك	الاحتمال البعدي
M1	,3	,05	,015	,015 ÷ ,035 = ,43
M2	,5	,02	,01	,01 ÷ ,035 = ,29
M3	,2	,05	,01	,01 ÷ ,035 = ,29
	1		,035	1

٦ الاحتمالات البعدية للسليم

الاحداث	الاحتمال القبلي	الاحتمال الشرطي	الاحتمال المشترك	الاحتمال البعدي
M1	,3	,95	,285	,285 ÷ ,965 = ,295
M2	,5	,98	,49	,49 ÷ ,965 = ,508
M3	,2	,95	,19	,19 ÷ ,965 = ,197
	1		,965	1

٥ أن يكون المصباح معيب ومن الأولى = معيب ومن الأولى / كل المعيب (الاحتمال الشرطي للمعيب)

= ,015 / ,035 = ,43

٥ أن يكون المصباح سليم ومن الثانية = سليم ومن الثانية / كل السليم = ,49 / 965 = ,51

ملاحظة هامة جداً: في شجرة الاحتمالات يكتفى باحتمالين فقط

✓ أو X

(٢)

١ الاحتمال يقع بين الصفر والواحد الصحيح (✓)

٢ قيمة الاحتمال تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح (✓)

٣ قيمة الاحتمال دائماً موجبة (✓)

٤ قيمة الاحتمال دائماً سالبة (X)

٥ مجموع النتائج لأي تجربة يسمى فراغ العينة أو فضاء العينة (✓)

٦ خارج قسمة عدد الحالات الممكنة على عدد الحالات الكلية يساوي الاحتمال (✓)

٧ الحدثان المتنافران لا يمكن أن يحدثا معاً (✓)

٨ الحدثان المستقلان ليس لأحدهما تأثير على الآخر (✓)

٩ مجموع إحتمالات وقوع جميع الحوادث لأي تجربة ما يساوي واحد (✓)

١٠ عند إلقاء عملة معدنية من النقود فإن احتمال الحصول على وجه يمثل الصورة 0.5 (✓)

١١ في شجرة الاحتمالات يكتفى بإحتمالين فقط (✓)

١٢ الحدثان المتنافران لا يمكن أن يحدثا معاً (✓) مكرر

١٢ الاحتمال المشترك لحدثين متنافرين يساوي واحد صحيح (X) صفر

التوزيعات الاحتمالية (أنواع المتغير العشوائي)

التوزيعات الاحتمالية المنفصلة (متقطعة)	التوزيعات الاحتمالية المتصلة (المستمرة)
تأخذ قيم صحيحة فقط مثل عدد السيارات عدد المنازل، عدد الطلاب، عدد المدارس	تأخذ قيم صحيحة وكسرية مثل الطول، الوزن، الوقت الدخل، العمر
ثنائي الحدين	التوزيع الطبيعي
التوزيع البواسوني (توزيع بواسون)	توزيع T
الفوق هندسي	

ضع علامة ✓ أو علامة ✗

١- اطوال مجموعة من الطلاب يمثل متغير عشوائي متصل (✓)

٢- عدد المنازل في أحد المحافظات يمثل متغير عشوائي منفصل (✓)

٣- المتغير العشوائي هو المتغير الذي يتم تحديد قيمته عن طريق تجربة عشوائية (✓)

٤- المتغير العشوائي المنفصل يساوي أرقام صحيحة فقط (عدد الطلاب - عدد السيارات) (✓)

٥- المتغير العشوائي المتصل يمثل أرقام صحيحة وكسر مثل الأوزان والاطوال (✓)

٦- أطول مجموعة من الطلاب يمثل متغير عشوائي منفصل (✗) متصل

١ توزيع ثنائي الحدين ← من التوزيعات المنفصلة أو المتقطعة

تكون النتيجة الممكنة اما نجاح أو فشل

p النجاح = q الفشل $\quad p + q = 1$

n عدد المرات (محاولات مستقلة) (عدد المحاولات)

← يستخدم في العديد من الظواهر مثل النجاح والرسوب والتدخين وعدم التدخين

← العملة اما صورة أو كتابة، الجنين اما ذكر او انثى

- في ثنائي الحدين النتيجة اذا كررت أكثر من مرة ونتائجها واحدة
- تكرار الفشل والنجاح ثابت.
- عند رمي النرد أو العملة ١٠ مرات لا يجوز رسم الشجرة لذلك يستخدم ثنائي الحدين (أي أكثر من مرتين) لا يجوز رسم الشجرة.

قانون ثنائي الحدين

$$P_x = {}^{n}C_{x} \cdot p^{x} \cdot q^{n-x}$$

P_x: احتمال تحقق الحدث

${}^{n}C_{x}$: الاحتمال المطلوب (n: عدد المرات، x: عدد النجاح)

p^{x}: احتمال النجاح

q^{n-x}: احتمال الفشل

الوسط الحسابي (القيمة المتوقعة) $\mu = n \times p$

التباين $\sigma^2 = n \times p \times q$

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{n \times p \times q}$

معامل الاختلاف $= \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times 100 = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$

ملاحظات هامة جداً جداً

$C^5_5 = 1 \quad C^5_0 = 1 \quad C^5_1 = 5$

$C^3_2 = C^3_1 = 3 \quad C^5_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$

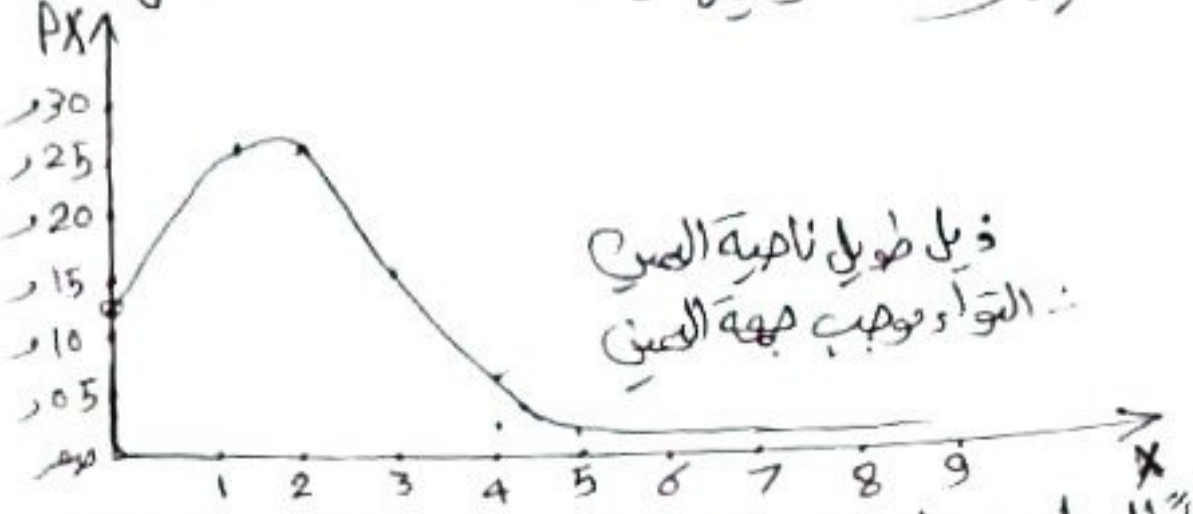
بالآلة $C^5_3 = 5 \text{ shif } \div \xrightarrow{nCr} 3 = 10$

٢- الذي يحدد النجاح أو الفشل منطوق المسألة أي أن p تتغير حسب المطلوب.

$C^3_0 \cdot ,60^0 \cdot ,40^3 = ,064$

بالآلة $3 \text{ shift} \div 0 * ,60^0 * ,40^3 = ,064$

③ ظهور ٤ أصفار عند التعويض عن X ١٥ معناها أن ٩ هي ما لانهاية



* دائماً البواسوني التواء جهة اليمين لأن $P < ,5$

③ الوسط = التباين = $\lambda = 2$

④ الانحراف المعياري = $\sqrt{\lambda} = \sqrt{2} = 1,4$

(معامل الاختلاف) $C.V = \frac{\text{الانحراف}}{\text{الوسط}} \times 100 = \frac{1,4}{2} \times 100 = 70\%$

ملاحظة هامة جداً: الوسط = التباين في حالة التوزيع البواسوني فقط

④ احتمال أن يصل للميناء يومياً $3 \geq PX > 1$ = $P_2 + P_3$

$,2707 + ,1804 = ,4511$

⑤ احتمال أن يصل للميناء يومياً $4 \geq PX \geq 2$ = $P_2 + P_3 + P_4$

$,2707 + ,1804 + ,0902 = ,5413$

⑥ احتمال أن يصل للميناء أكثر من سفينة يومياً $PX > 1$ =

$P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9$

$= 1 - [P_1 + P_0] = 1 - [,2707 + ,1303]$

$= ,599$ ، $1 - ,401$ يوم اسبوع

* لو طلب λ كل اسبوع تحول الى أيام (هتيجي جاهزة في الامتحان) بدون تحويل

٢ ثم احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري والتباين ومعامل الاختلاف.

الوسط الحسابي = الوسط المتوقع $\mu = n \times p$

$= 5 \times ,2 = 1$

التباين $= n \times p \times q$

$= 5 \times ,2 \times ,8 = ,8$

الانحراف σ = $\sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{,8} = ,89$

معامل الاختلاف $C.V = \frac{\text{الانحراف}}{\text{الوسط}} \times 100 = \frac{,89}{1} \times 100 = \%89$

٣ أوجد في المثال السابق احتمال وجود وحدتين فأكثر تالفة؟

الحل

وجود وحدتين فأكثر تالفة $P_2 + P_3 + P_4 + P_5$

$= 1 - [P_1 + P_0] = 1 - [,4096 + ,3277]$ أو

الاحتمال غير المطلوب

$= 1 - ,7373 = ,2627$

٤ أوجد احتمال واحدة على الأقل تالفة

$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5$

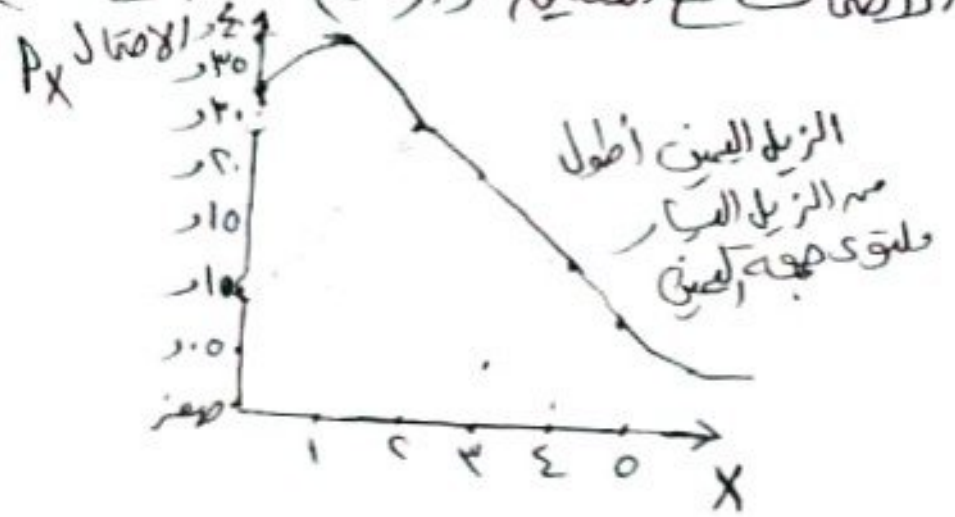
$1 - P_0 = 1 - ,3277 = 6723$ أو

٥ أوجد احتمال وجود تالف ما بين ١ و ٣

$P_1 + P_2 + P_3 = ,4096 + ,2048 + ,0512$

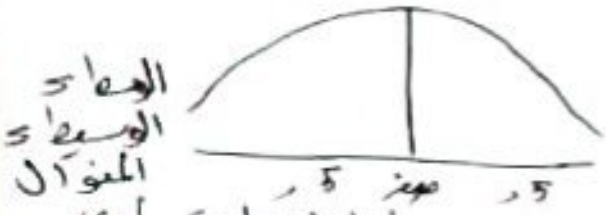
$= ,6656$

ارسم التوزيع الاحتمالي مع التعليق (ارسم دالة الاحتمال)



أنواع التوزيع الاحتمالي

١- متماثل $P = ,5$



٢- ملتوى جهة اليسار $P > ,5$

٣- ملتوى جهة اليمين $P < ,5$

نوع الالتواء في التوزيع السابق

ملتوى جهة اليمين لأن $P < ,5$ كما أن الزيل اليمين أطول من اليسار

- الالتواء عكس القيمة ← القيمة ناحية اليسار ← التواء موجب
- " " ← القيمة ناحية اليمين ← التواء سالب

القيمة في المنتصف ← متماثل

← القيمة في الثلاث نقاط الأولى ناحية اليسار ← ملتوى جهة اليمين

← أوجد احتمال ظهور ٣ وحدات على الأكثر

$P_3 + P_2 + P_1 + P_0$ أو $1 - [P_4 + P_5]$

٦

أوجد احتمال عدم وجود وحدات معيبة

عدم وجود وحدات معيبة = (كل الوحدات سليمة) = ,3277

- أوجد احتمال وجود وحدتين سليمتين

احتمال وجود وحدتين سليمتين = احتمال وجود وحدتين معيبتين P_2

,0512

أو

$$C^5_2 * ,8^2 * ,2^3 = ,0512$$

اذا طلب الوحدات الجيدة فان P تتغير حسب المطلوب

$$P = ,8 \quad q = ,2$$

ملاحظات هامة

- الحد الأقصى لاستخدام ذات الحدين ٣٠ أي $n=30$ طبقاً لنظرية النهاية المركزية اذا زاد عن 30 يتم استخدام التوزيع البواسوني

- إذا كانت $n=2$ شجرة الاحتمالات

ضع علامة صح امام العبارة الصحيحة وخطأ امام العبارة الخاطئة

١- عند القاء قطعة نقود معدنية ١٠ مرات فإنها تمثل توزيع ثنائي الحدين (✓)

٢- في التوزيع ثنائي الحدين عندما تكون قيمة P أقل من 0.50 فان الالتواء يكون جهة اليمين (✓)

٣- الحصول على متوسط توزيع ثنائي الحدين فان $M = nP$ (✓)

٤- اذا كانت قيمة $n = 25$ ، $P = ,58$ فان معامل الاختلاف 17.03٪ (✓)

$n\,P = 25 \times ,58 = 14.5$

الانحراف $= \sqrt{npq} = 25 \times ,58 \times ,42 = 2,47$

$17.03\% = 100 \times \frac{2,47}{14,5}$

(تمرين) اذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع ذات الحدين ⑦
بمتوسط 12 وتباين 4.8 أوجد قيمة n, p

الحل

① المتوسط $np = 12$

② تباين $npq = 4.8$

بالتعويض في المعادلة ② عن $np=12$

$12q = 4.8$ $\quad q = \frac{4.8}{12} = ,4$ $\quad \therefore \boxed{p = ,6}$

بالتعويض في المعادلة ① لايجاد قيمة n

$n,6 = 12$ $\quad n = \frac{12}{,6} = \boxed{20}$

✓ أو X

① ثنائي الحدين من التوزيعات الاحتمالية المنفصلة والمستقلة (✓)

② يكون الالتواء جهة اليسار في التوزيع ثنائي الحدين عندما تكون قيمة p أقل من 0,5 (X)

③ عند إلقاء قطعة نقود معدنية فانها تمثل ثنائي الحدين (✓)

← ثنائي الحدين صح وغلط واختياري في الامتحان

المتغير العشوائي المتصل والمنفصل ملحوظة صح وغلط في الامتحان

علامة ثنائي الحدين n, p

سمي ثنائي الحدين لأن التجربة لها نتيجتين فقط

$p + q = \boxed{1}$

المحاولات مستقلة بمعنى وقوع حدث لا يؤثر على وقوع أي حدث آخر

(1)

التوزيع البواسوني

← يكون الزمن محدد

من التوزيعات الاحتمالية المنفصلة أو المتقطعة وهو توزيع الحالات النادرة الحدوث وهو عشوائي الحدوث ويكون عدد صحيح ويكون حجم العينة كبيراً جداً و P صغيرة جداً (احتمال النجاح) أو صغيرة

ويكون حجم العينة أكبر من ٣٠

القانون المستخدم

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^{x}}{x!}$$

λ وحدة الزمن أو المسافة

e أساس اللوغاريتم الطبيعي

$$\lambda = \mu \text{ متوسط عدد الحوادث } = n \times P$$

التباين $\sigma^2 = \mu = \lambda$ $\qquad$ σ (الانحراف) $= \sqrt{\sigma}$

قيمة ثابتة $e = 2,71828$ $\qquad$ x هي المطلوب $0, 1, 2, \ldots$

تمرين: اذا كان X متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بمتوسط 4

(أ) أكتب دالة الاحتمال (ب) أوجد الانحراف المعياري

(ج) أوجد $P(x>1)$

الحل

$\lambda = 4$

(أ) $P(x) = \frac{e^{-4} \cdot 4^{x}}{x!}$ $\qquad$ (ب) $\sigma^2 = \mu = \lambda = 4$

(ج) $P(x>1) = P_2 + P_3 + \ldots$

$$1 - [P_1 + P_0] = 1 - \left[\frac{e^{-4} * 4^{1}}{1!} + \frac{e^{-4} * 4^{0}}{0!}\right] =$$

$$1 - [,0733 + ,0183]$$

$$1 - ,0916 = ,9084$$

$e^{-2,6}$ على الآلة

shift — $\boxed{\ln}$ — (−) 2,6 = ,074

مضروب $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

أو بالآلة $5! = 5 \rightarrow \text{shift } x^{-1} = 120$

تمرين محاضرة: اذا كان المتوسط لوصول السفن لأحد الموانئ ٢ سفينة يومياً المطلوب ① التوزيع الاحتمالي (أو حسب دالة التأكد التام)

② نوع التوزيع مع الرسم (رسم دالة الاحتمال)

③ ايجاد الوسط والتباين والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف

④ احتمال أن يصل للميناء يومياً $1 < Px \leq 3$

⑤ " " " " يومياً $2 \leq Px \leq 4$

⑥ " " " " أكثر من سفينة واحدة يومياً $Px > 1$

الحل

Px	$\frac{e^{-\lambda} * \lambda^{x}}{x!}$	الاحتمال
صفر	$\frac{e^{-2} * 2^{0}}{0!} =$	,1303
1	$\frac{e^{-2} * 2^{1}}{1!} =$	,2707
2	$\frac{e^{-2} * 2^{2}}{2!} =$	,2707
3	$\frac{e^{-2} * 2^{3}}{3!} =$	,1804
4	$\frac{e^{-2} * 2^{4}}{4!} =$	,0902
5	$\frac{e^{-2} * 2^{5}}{5!} =$	,0360
6	$\frac{e^{-2} * 2^{6}}{6!} =$	,0120
7	$\frac{e^{-2} * 2^{7}}{7!}$	,0034
8		,0008
		,0001

اربع أرقام فقط ويتم التقريب

مجموع الاحتمالات أصغر من 1 ,0001

تمرين محاضرة: اذا علمت أن لدينا شحنة حجمها ١٠٠٠ وحدة وكمية الشحنة تم سحب عينة حجمها ٥ وحدات بافتراض أن هناك ٢٠٠ وحدة تالفة في الشحنة والمطلوب احسب الاحتمالات التالية.

1. احتمال وجود وحدة واحدة تالفة
2. " " وحدتين تالفة
3. " " ٣ وحدات تالفة
4. " " ٤ وحدات تالفة
5. " " ٥ وحدات تالفة
6. " " ٦ وحدات تالفة (عدم وجود معيب صفر)

[1] أو أوجد التوزيع الاحتمالي (كل الحالات) = 1

أو أوجد حالة التأكد التام (كل الحالات) = 1

الحل: 1. أوجد دالة كثافة الاحتمال للوحدات المعيبة

$n = 5$ المعيب $P = \frac{200}{1000} = ,2$ السليم $q = ,8$

جدول التوزيع الاحتمالي (حالة التأكد التام) = 1

السليم P_x	المعيب P_x	$C_n^x * P^x * q^{n-x}$	الاحتمال
P_0	P_5	$C^5 * ,2^5 * ,8^0 =$	,0003
P_1	P_4	$C_4^5 * ,2^4 * ,8^1 =$	,0064
P_2	P_3	$C^3 * ,2^3 * ,8^2 =$	,0512
P_3	P_2	$C_2^5 * ,2^2 * ,8^3 =$	,2048
P_4	P_1	$C_1^5 * ,2^1 * ,8^4 =$	,4096
P_5	P_0	$C_0^5 * ,2^0 * ,8^5 =$	,3277
ΣP_x	ΣP_x		1

نأخذ أرقام فقط وبعد التقريب

← دالة كثافة الاحتمال للوحدات المعيبة

$$C_x^5 * ,2^x * ,8^{5-x}$$

تمرين: اذا كان في أحد مصانع البلاستيك تبين أن من بين كل 100 وحدة منتجة يوجد 2 وحدة معيبة فإذا سحبنا من انتاج هذا المصنع 50 وحدة عشوائيا أحسب

احتمال أن يكون من بين القطع المسحوبة 2 فقط معيبة

الحل

$$\lambda = n \times P = 50 \times ,02 = 1$$

P = احتمال المعيب $= \frac{2}{100} = ,02$

- احتمال ان يكون من بين القطع المسحوبة 2 فقط معيبة

$$\frac{e^{-\lambda} * \lambda^{x}}{x!} = \frac{e^{-1} * 1^{2}}{2!} = ,1839$$

تمرين محاضرة: اذا كان متوسط عدد الحوادث المرورية عند أحد اشارات المرور يساوي 3,25 حادث خلال الاسبوع و المطلوب

1. دالة الكثافة الاحتمالية لعدد الحوادث التي تحدث خلال أسبوع
2. تحديد نوع الإلتواء دون التمثيل بيانيا مع التعليق على النتائج
3. ما هو احتمال وجود 3 حوادث مرورية خلال الأسبوع
4. ما هو احتمال وجود حادثين فأكثر خلال الأسبوع
5. ما هو احتمال أن يقل عدد الحوادث عن حادثين خلال الاسبوع
6. ما هو احتمال أن يتراوح عدد الحوادث الأسبوعية بين 3 و 5 حوادث اسبوعيا
7. ايجاد معامل الاختلاف المعياري لعدد الحوادث التي تحدث خلال أسبوع

الحل

المتوسط $\lambda = 3,25$

يستخدم لحل هذا التمرين التوزيع البواسوني لانه معطى الوسط ووحدة زمن (حدد زمن معين)

1. دالة الكثافة الاحتمالية (الكتلة الاحتمالية) (الصورة الاحصائية للقانون)

$$\frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x}}{x!} = \frac{e^{-3,25} * 3,25^{x}}{x!}$$

[٢] نوع الالتواء دون التمثيل بيانياً

من معلمات التوزيع البواسوني أن n كبيرة أو صغيرة و P صغيرة أقل من 5, $Px < 5$ ∴ ملتوي جهة اليمين

الذيل الأيمن أكبر من الأيسر

أي أن التوزيع البواسوني ملتوي ناحية اليمين لأن P صغيرة جداً $P < 5$ وهذا من معلمات التوزيع البواسوني أن n كبيرة جداً و $P < 5$

[٣] احتمال وجود ٣ حوادث مرورية خلال الأسبوع

$$\frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^{x}}{x!} = \frac{e^{-3,25} * 3,25^{3}}{3!} = ,2218$$

[٤] احتمال وجود حادثين فأكثر خلال الأسبوع

$P_2 + P_3 + P_4 + P_5$

$1 - [P_1 + P_0] = 1 - [,1260 + ,0387]$

$1 - ,1647 = ,8353$

[٥] احتمال أن يقل عدد الحوادث عن حادثين خلال الأسبوع $P_0 + P_1$

$,1647 = ,0387 + ,1260$

[٦] احتمال أن يتراوح عدد الحوادث الأسبوعية بين 3 و 5 حوادث =

$P_3 + P_4 + P_5 = ,2218 + ,1802 + ,1171$

$= ,016$

التباين = الوسط = λ = 3,25

[٧] معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف}}{\text{الوسط}} \times 100 = \frac{\sqrt{3,25}}{3,25} \times 100 = ,5547$

ملاحظة هامة جداً

اذا كان $\lambda = 5$ كل نصف ساعة

احسب معدل الوصول كل ساعة ∴ تكون $\lambda = 5 \times 2 = 10$ مرتين

احسب معدل الوصول كل ربع ساعة $\lambda = 5 \times \frac{1}{2} = 2.5$

صح أو خطأ هتيجي في الامتحان بإذن الله جاهزة

1. متوسط التوزيع البواسوني يساوي التباين (✓)
2. التوزيع البواسوني يتم تطبيقه على الاحداث العشوائية والمستقلة والمنفصلة (✓)
3. معلمة التوزيع البواسوني λ (✓)

الحمد لله